

NHỮNG CÂU CHUYỆN TOÁN HỌC

NGUYỄN TỔ NHƯ (HÀ NỘI)

Giới thiệu. Ban biên tập giữ nguyên văn lời giới thiệu của GS.TSKH Trần Văn Nhung về tác giả Nguyễn Tổ Như.

GS. TSKH. Nguyễn Tổ Như quê Diên Châu, Nghệ An. Ngay từ khi học lớp 9 anh đã được trao Giải Nhất của báo Toán học và Tuổi trẻ năm 1964. Sau đó anh vào học Khoa Toán, ĐH Tổng hợp HN/ VNU, tốt nghiệp xuất sắc ngành Giải tích hàm. Theo phân công của nhà nước, anh lên dạy ở Trường (trọng điểm) Thanh niên lao động XNCN tỉnh Hòa Bình. Biết được tài năng của anh Như, GS. BT. Tạ Quang Bửu đã cho anh Như thi tuyển NCS để đi làm TS và TSKH tại Ba Lan. Sau đó anh được các nước như Anh và Mỹ mời đi giảng dạy và NCKH. Anh có nhiều công trình khoa học được đăng trên các tạp chí khoa học chất lượng cao như *Proceedings of the American Mathematical Society*, ...

1. Thi Vô địch Toán các nước Xã hội chủ nghĩa

Thi Vô địch Toán các nước XHCN là tiền thân của thi toán quốc tế ngày nay. Kỳ thi vô địch Toán các nước XHCH lần đầu tiên được tổ chức ở Rumani từ ngày 21/7 đến ngày 31/7 năm 1959, có 7 nước tham gia: Liên Xô và các nước XHCN cũ của Đông Âu.

Hồi đó anh ruột tôi, Nguyễn Phiệt, là cán bộ giảng dạy ĐH Bách khoa Hà Nội. Anh tôi thường xuyên dịch các đề thi học sinh giỏi của Liên Xô từ tiếng Nga gửi về cho các em. Anh tôi là một kỹ sư điện nhưng rất giỏi toán.

Bố tôi thường nói với các con: “Trong tất cả bọn bay, không có đứa em nào giỏi như anh Phiệt”.

Chính anh tôi cũng nghĩ thế và không đánh giá cao mấy đứa em.

Tôi nghĩ anh tôi là một tài năng lớn không được biết đến. Là một kỹ sư điện, nhưng anh tôi rất giỏi toán.

Trong những năm 1963-1964 anh tôi dịch rất nhiều đề thi vô địch Toán của Liên Xô, đặc biệt là *các kỳ thi vô địch toán cho học sinh phổ thông và các lớp chuyên Toán* gửi về cho chúng tôi xem và bảo tôi làm thử cho vui. Tôi thấy các bài toán trong các kỳ **“Thi vô địch toán vùng Siberia”** có nhiều bài toán rất hay và khó. Đặc biệt là năm nào anh tôi cũng dịch các đề **“Thi vô địch toán các nước XHCN”** về cho tôi, làm được bài nào thì gửi cho anh tôi xem.

Anh tôi rất ngưỡng mộ anh Vũ Hoài Chương. Anh tôi còn gửi cho chúng tôi xem một số lời giải các đề thi vô địch toán của Liên Xô do Vũ Hoài Chương đăng trong Tạp san Toán Lý do UBKH nhà nước xuất bản.

Tôi có một kỷ niệm rất đáng nhớ. Lúc đó anh Phiệt gửi một số bài toán thi vô địch toán quốc tế và thi vô địch toán vùng Seberia. Tôi cũng giải được hơn chục bài, có một bài toán rất khó tôi không làm được và tôi hỏi anh Phiệt thì anh chỉ cho tôi lời giải rất hay.

Bây giờ nhìn thấy anh Vũ Hoài Chương trên FB tôi cũng thấy ngỡ ngợ? (Tôi chưa gặp anh Vũ Hoài Chương ngoài đời). Không biết anh có phải anh là Vũ Hoài Chương năm xưa anh tôi kể cho các em không? Nhìn anh trên FB tôi thấy anh Vũ Hoài Chương khá trẻ so với Vũ Hoài Chương trong tâm trí tôi?

Mãi gần đây tôi mới được biết anh Vũ Hoài Chương là em họ Vũ Bằng Tú, người hùng của Trường Hòa Bình và là thần tượng của tôi trong những năm tôi ở Trường Hòa Bình.

Là một kỹ sư điện, anh tôi có thể giải được hầu hết các bài toán trong kỳ thi vô địch toán ở Liên Xô ngày xưa nếu anh tôi bỏ thời gian. Với một kỹ sư điện, điều này là rất đặc biệt!

Có những bài toán khá khó trong kỳ thi vô địch toán vùng Seberi tôi nghĩ mãi

không ra, tôi hỏi anh tôi và anh tôi đã tìm ra lời giải.

Tôi cũng giải được hơn chục bài toán trong các kỳ thi vô địch toán Seberia. Tôi định bảo anh tôi gửi đến đăng Tập San Toán Lý giống như anh Vũ Hoài Chương nhưng tháng 10 năm đó Báo Toán Học & Tuổi Trẻ (THTT) ra đời nên tôi thấy việc giải các bài toán đăng ở Báo THTT thì phù hợp hơn.

Anh tôi là một người rất giỏi toán và rất đam mê kỹ thuật.

Với tôi, anh còn hơn cả một người anh ruột: Anh tôi đã mở đường cho tôi đến với Bác Tạ Quang Bửu, người đã làm thay đổi hoàn toàn cuộc đời tôi sau này.

Nhờ có anh mà tôi được Bác Tạ Quang Bửu biết từ rất sớm (từ năm học lớp 9 trường cấp 3 Diễn Châu) và có lẽ tôi cũng là người CUỐI CÙNG được Bác Bửu giúp trước khi Bác về hưu. Thậm chí ngay cả sau khi Bác về hưu, Bác Tạ Quang Bửu vẫn đích thân lên Bộ Đại Học nhờ họ tiếp tục giúp tôi.

Những kỳ thi vô địch toán cho học sinh phổ thông đầu tiên do các nước XHCN tổ chức, vào cuối thập kỷ 50 đầu 60 của thế kỷ trước. Lúc đó chỉ có học sinh các nước XHCN tham gia. (Liên Xô và các nước XHCN Đông Âu).

Tôi thấy các đề thi Toán Quốc tế trong các năm đó không khó như đề thi Olympic Toán bây giờ, có những bài toán khá đơn giản, học sinh chỉ cần có một chút linh cảm về toán là làm được. Tôi còn nhớ trong kỳ thi Toán Vô địch Toán các nước XHCN 1962 có bài toán:

Bài toán: Tìm một số tự nhiên nhỏ nhất N có tính chất sau đây:

1. Viết trong hệ thập phân thì chữ số cuối cùng của N là 6;
2. Nếu bỏ số 6 cuối cùng đi và thêm chữ số 6 vào trước các chữ số còn lại thì ta được một số mới lớn gấp 4 lần số ban đầu.

Một học sinh có chút tư duy về toán sẽ thấy ngay là chữ số đầu tiên của N phải là 1. Các chữ số tiếp theo của N cũng có thể tìm được bằng một phép biến luận đơn giản.

Bây giờ ở tuổi U80 tôi vẫn theo dõi các đề thi IMO công bố hàng năm. Tôi nói với các bạn trẻ là ở tuổi U80 tôi vẫn giải được bất cứ bài toán nào trong các đề thi IMO, nếu tôi có thời gian và hứng thú (nhưng nếu tôi phải làm 3 bài toán thi IMO trong 4 giờ thì tôi không làm được!

Trong các đề thi toán quốc tế, tôi quan tâm đến bài toán của GS Văn Như Cương trong kỳ thi IMO 1982:

Bài Toán Văn Như Cương: Cho hình vuông S có độ dài cạnh 100. L là một đường gấp khúc không tự cắt tạo thành từ các đoạn thẳng $AoA_1, A_1A_2, \dots, A_{(n-1)}A_n$, với Ao khác A_n . Giả sử mỗi điểm P trên chu vi hình vuông đều tồn tại một điểm thuộc L cách P không quá $\frac{1}{2}$. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm X và Y thuộc L sao cho khoảng cách giữa X và Y không quá 1 và độ dài đường gấp khúc L nằm giữa X và Y không nhỏ hơn 198.

Trong kỳ thi IMO năm đó chỉ có 20 học sinh giải được bài toán này. Riêng đoàn Việt Nam chỉ có anh Lê Tự Quốc Thắng (đạt điểm 42/42) giải được bài

toán. Nhìn vào thông tin đó, ta có thể nghĩ bài toán Văn Như Cương là rất khó. Nhưng tôi thấy nó thực sự không khó. Tôi có lời giải đơn giản (không quá 10 dòng!) cho bài toán Văn Như Cương. Tôi vào Đại Học Vinh “dụ” các em học sinh chuyên toán trường Vinh ngồi nghe tôi trình bày lời giải, nhưng các em không mấy quan tâm!

Với bài Toán Văn Như Cương, mặc dù ở tuổi U80, tôi chỉ cần 1 giờ là tìm được lời giải, nếu ngồi trong phòng thi.

Lời giải bài toán Văn Như Cương của tôi chỉ 5-7 dòng. Tôi có ý định đến kỷ niệm 60 năm ngày thành lập báo TT & TT sẽ nói về lời giải bài toán Văn Như Cương cho các cháu lớp 11,12 nghe cho vui, nhưng tiếc là lễ kỷ niệm đã không xảy ra.

2. Báo Toán học và Tuổi trẻ

Nhân dịp 60 năm ngày thành lập báo THPT, tôi xin đăng lại bài viết của tôi ghi lại vài kỷ niệm thú vị với tờ báo mà tôi gắn với nó từ thời niên thiếu. Tôi viết bài này cách đây 3 năm và đã đăng trên FB một lần, cách đây vài năm. GS Ngô Việt Trung lúc đó đọc bài của tôi trên FB có nhận xét:

“Bài của anh Như nếu đăng trên báo THPT thì chắc có nhiều người đọc”. Tôi chưa gửi đăng báo THPT, nhưng đã cho các anh trong tòa soạn báo THPT xem qua và bị “chê” là bài tôi hơi dài, không phù hợp với báo THPT nên tôi không submit lên đăng báo THPT.

Lễ kỷ niệm 10 năm thành lập báo THPT thì tôi đang chăn bò trên đất Hòa Bình (lúc đó tôi đang có tên trong sổ đoàn trường) nên không ai nhớ đến tôi. Lễ kỷ niệm 20 năm ngày thành lập báo THPT (tên tôi đã được rút ra khỏi sổ đoàn trường) và tôi được mời đọc tham luận trong buổi lễ kỷ niệm. 30 năm 40 năm kỷ niệm thành lập báo THPT tôi đang làm việc ở Mỹ nên không về dự được. Kỷ niệm 50 năm thành lập báo THPT, dù không được mời tôi vẫn “theo” GS Ngô Việt Trung đến dự. Thấy tôi có mặt trong buổi lễ, ban tổ chức trình trọng giới thiệu:

Ông Nguyễn Tố Như, giải nhất báo THPT cách đây 50 năm, đến dự lễ kỷ niệm.

*Tôi cảm thấy rất vui. Thời gian 50 năm là $\frac{1}{2}$ thế kỷ nhưng tôi cứ nghĩ như chuyện mới xảy ra ngày hôm qua. Nay lại là **60 năm** rồi, không biết nên vui hay nên buồn?*

Báo THPT ra đời trong chiến tranh ác liệt. Đó là nhờ công lao của GS Tạ Quang Bửu, GS Lê Văn Thiêm, GS Hoàng Tụy, GS Nguyễn Cảnh Toàn, GS Hoàng Xuân Sính, GS Hoàng Chúng và một số các nhà toán học trẻ thời đó.

Rõ ràng không một ai có thể phủ nhận vai trò của toán học trong mọi ngành khoa học và trong đời sống xã hội. Toán học đã soi rọi mọi ngõ ngách của khoa học, kể cả các ngành khoa học xã hội. Anh Lưu Nghiệp Quỳnh là một tài năng

toán học, nhưng anh Quỳnh đã mang tư duy toán học của mình để soi sáng cho một ngành khoa học tưởng như rất xa với toán học: Văn học và Điện ảnh!

Sau này tôi cũng thành công trong một lĩnh vực khoa học ứng dụng là FFT, một lĩnh vực mà background của tôi tuyệt đối là zero!

Tôi sẽ nói về câu chuyện FFT của tôi trong một bài viết sau.

Một điều rất đáng tự hào là trong chiến tranh ác liệt, Việt Nam vẫn tổ chức được các kỳ thi Học sinh giỏi toàn Miền Bắc và cho xuất bản tờ báo THPT để làm tài liệu tham khảo cho các học sinh phổ thông yêu toán. Đây là một minh chứng cho sự nhìn xa trông rộng của các nhà lãnh đạo giáo dục Việt Nam thời bấy giờ, đứng đầu là Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu và GS Lê Văn Thiêm. Trong khi những nước không có chiến tranh, với các điều kiện tốt hơn chúng ta rất nhiều như Thái Lan, Indonesia, Malaysia, mà ngay cả Trung Quốc cũng không làm được!

Tôi còn nhớ lúc được mời ra Hà Nội nhận giải nhất Báo THPT là lúc chiến tranh phá hoại Miền Bắc của máy bay Mỹ đang ác liệt. Tuy nhiên đó là thời kỳ đầu của cuộc chiến tranh phá hoại, máy bay Mỹ chỉ ném bom ban ngày, không ném bom ban đêm.

Tôi phải đạp xe từ Nghệ An ra Hà Nội. Xuất phát từ Yên Lý (Diễn Châu) lúc 6 giờ chiều, đạp xe suốt đêm đến Thanh Hóa thì trời sáng. Tôi vào một làng quê ở Thanh Hóa xin nghỉ lại, chờ tối lại đạp xe đi tiếp. Tôi không dám đi ban ngày vì sợ máy bay Mỹ ném bom.

Cứ như thế, đêm đạp xe đi, ngày vào làng quê xin nghỉ để tránh máy bay. Thức ăn mang theo là những chiếc bánh chưng được chuẩn bị từ nhà. Dọc đường không có hàng quán ăn.

Khi qua thị xã Ninh Bình thì tôi được đạp xe ban ngày vì lúc đó máy bay Mỹ chưa đánh phá đoạn Ninh Bình ra Hà Nội. Tôi phải đạp xe mất 5 ngày đêm từ Yên Lý Nghệ An tới Hà Nội.

Ra đến Hà Nội tôi tìm đến nhà bà con ở phố 70 Trần Hưng Đạo. Tôi đến phố Trần Hưng Đạo, chỉ thấy số nhà 69 và số nhà tiếp theo là 71. Tìm mãi không thấy số nhà 70 đâu cả. Tôi hỏi một người đi đường:

- Tại sao số nhà 69 rồi tiếp theo là nhà 71 bác nhỉ? Cái biển số nhà 70 bị rơi đâu mất rồi hở bác? Cháu tìm không thấy?

Người đi đường trả lời:

- Số nhà 70 ở bên kia đường cháu ạ. Bên này đường là nhà số lẻ. Bên kia là nhà số chẵn.

Tôi nói với người đi đường:

- Hà Nội rắc rối quá bác nhỉ. Tại sao số nhà 69 ở đây mà số nhà 70 lại tít bên kia đường? Vừa mới đến Hà Nội cháu đã thấy ở đây khác nhà quê của cháu quá rồi?

- Rồi cháu sẽ thấy Hà Nội còn có nhiều cái hay, cái lạ hơn nữa, người đi đường bảo tôi.

Ra đến Hà Nội, các anh trong tòa soạn báo THPT rất mừng và rất ngạc nhiên! Các anh không nghĩ là tôi có thể ra Hà Nội vào thời gian đó!

Cùng thời điểm với tôi có anh Võ Văn Năm, quê ở Đô Lương Nghệ An cũng được mời ra Hà Nội nhận giải thưởng Báo THPT nhưng không đi được vì sợ máy bay Mỹ ném bom.

Lúc đó tôi có một ước mơ thật là đơn giản: Bao giờ hết chiến tranh tôi được đạp xe từ Nghệ An ra Hà Nội “thênh thang giữa ban ngày”, chứ không phải đạp xe ban đêm như hiện nay!

Anh Trần Trung Hiếu được giải nhất cuộc thi học sinh giỏi toàn Miền Bắc năm 1965. Anh Hiếu bằng tuổi tôi, nhưng học trên tôi một lớp.

Sau buổi tối 5 tháng 7, 1965 tôi và anh Hiếu ở lại Hà Nội chơi với nhau mấy hôm. Mặc dù mới gặp lần đầu tiên nhưng tôi và anh Hiếu khá thân nhau, tôi đi chơi với anh Hiếu rất nhiều chỗ ở Hà Nội.

Tôi có những kỷ niệm rất đẹp về anh Trần Trung Hiếu. Tôi và anh Hiếu đi xem một vở kịch nói ở Nhà Hát Lớn (do báo THPT cho vé mời). Là người nhà quê, chưa bao giờ bước ra khỏi đất Nghệ An, lần đầu tiên tôi vào một nơi như Nhà Hát Lớn tôi choáng ngợp, một nơi mà tôi nghĩ những người như tôi có thể đặt chân đến!

Hôm sau tôi và anh Trần Trung Hiếu đi tham quan Viện Bảo Tàng Lịch Sử, Viện bảo tàng cách mạng. Nhìn thấy ảnh ông Phùng Chí Kiên trong Bảo Tàng cách mạng, tôi bảo anh Hiếu:

- Phùng Chí Kiên là bác họ của tớ. Ông tên thật là Nguyễn Vĩ.

Sau khi chia tay ở Hà Nội, tôi và anh Hiếu không có liên lạc với nhau.

Bây giờ ngồi viết những dòng này này tự nhiên tôi rất nhớ anh Trần Trung Hiếu. Không biết bây giờ anh Hiếu đang ở đâu? Nếu tôi biết được chỗ ở anh Hiếu thì tôi sẽ đến chơi với anh, cũng là điều rất thú vị!

Khi qua Ba Lan làm nghiên cứu sinh tôi biết anh Trần Trung Hiếu trước đó đã học cơ khí ở của Trường Đại học Poznan, nhưng tôi không có thông tin gì về anh Trần Trung Hiếu.

Tôi hồi hộp chờ ngày gặp lại anh Trần Trung Hiếu sau 60 năm xa cách!

Khi tôi hai lần được giải nhất báo Toán học & Tuổi trẻ (THPT) (1965 & 1966) thì cả trường Cấp 3 Diễn Châu cũng không ai biết. Các thầy không ai biết, các bạn tôi cũng không ai biết. Mãi đến 21 năm sau (1986) mới có thư của trường Cấp 3 Diễn Châu bảo tôi gửi ảnh về lưu niệm tại phòng truyền thống của trường. Lúc đó tôi mới gửi ảnh Bác Tạ Quang Bửu trao giải nhất báo THPT cho tôi về phòng truyền thống của Trường Cấp 3 Diễn Châu.

Trong số học sinh được giải thưởng báo THPT hôm đó, có một người rất “đa tài”, anh Lưu Nghiệp Quỳnh (hàng đầu, thứ 3 bên phải), khi đó là công nhân lắp máy Cửa Ông, Quảng Ninh. Năm 1974, Anh Quỳnh đã được giải nhất trong cuộc thi chuyện ngắn Báo Văn Nghệ với Truyện ngắn “Tốc độ”. Anh Lưu Nghiệp Quỳnh là một nhà điện ảnh, nhà biên kịch tài năng của nền Điện

ảnh Việt Nam hiện nay.

Đặc biệt, Anh Lưu Nghiệp Quỳnh rất nổi tiếng với bộ sưu tập đồ sộ gồm **12 nghìn** bộ phim, trong đó có phim về danh hài thế giới Charlie Chaplin.

Về cá nhân, tôi rất ngưỡng mộ anh Lưu Nghiệp Quỳnh. Khởi nghiệp từ một người lao động, công nhân lắp máy Cửa Ông, lấy báo THPT làm thú vui ban đầu, anh đã rất thành đạt trong lĩnh vực văn học, nghệ thuật.

Tối hôm 5 tháng 7 năm 1965 có khá đông các bạn tham dự nên tôi cũng không nói chuyện nhiều với anh Lưu Nghiệp Quỳnh nhưng tôi rất ấn tượng về anh: Anh là người duy nhất trong buổi tối hôm đó, không phải là học sinh phổ thông.

Khi tôi đang làm việc ở trường Hòa Bình, một anh bạn tôi cùng dạy trường Hòa Bình với tôi hỏi:

- Anh Như còn nhớ anh Lưu Nghiệp Quỳnh không?

Tôi bảo: Có

- Anh Quỳnh có một số chuyện ngắn đăng trong “Tác Phẩm Mới”. Anh cũng biết đây “Tác Phẩm Mới” chỉ đăng các tác phẩm văn học có chất lượng cao.

Tôi cũng đang rất hồi hộp mong ngày gặp lại vợ chồng anh Lưu Nghiệp Quỳnh sau 60 năm xa cách!



Anh Lưu Nghiệp Quỳnh kể cho tôi nghe một câu chuyện thú vị: Anh dự thi vào trường đạo diễn điện ảnh. Bài thi làm trong 3 giờ. Trong 3 giờ làm bài thi anh Quỳnh đã viết bài thi 45 trang theo các vấn đề nêu ra trong đầu bài thi. Kết quả anh Quỳnh đỗ thủ khoa trong kỳ thi đó, nhưng cơ quan anh Quỳnh, nơi anh đang làm việc không đồng ý cho anh đi học lớp đạo diễn vì anh đang phụ trách một mảng quan trọng trong công ty anh, nếu anh đi học lớp đạo diễn thì không tìm được người thay thế.

Ảnh chụp tối ngày 5 tháng 7 năm 1965 tại Ủy Ban Khoa Học Kỹ Thuật Nhà Nước, 39 Trần Hưng Đạo, Hà Nội.

Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu (hàng đầu, thứ 4 từ trái sang), GS Lê Văn Thiêm (hàng đầu, thứ 4 từ phải sang), GS Nguyễn Cảnh Toàn (hàng sau, thứ 5 từ trái sang), GS Hoàng Xuân Sính (hàng đầu, thứ 5 từ trái sang), GS Hoàng Chúng (Em trai GS Hoàng Tụy, hàng sau, thứ 4 từ trái sang) và GS Ngô Thúc Lan (hàng đầu, thứ 2 từ trái sang), nhà giáo dục Lê Hải Châu (hàng đầu, thứ nhất bên trái) cùng các em học sinh được giải thưởng báo Toán học và Tuổi trẻ.

Người đứng hàng sau, thứ 1 từ trái sang, là anh Ngô Đạt Tứ, cạnh đó là trai tôi, Nguyễn Phiệt, người mất ngày 7 tháng 6 năm 1967.

Tối ngày 19 tháng 7 năm 1965 tôi về đến nhà. Hôm sau ra đồng đi cấy với bà con, mọi người “khen” tôi:

- Chú Như đi Hà Nội có 2 tháng mà trông chú “đẹp trai” hơn hẳn. Ăn cơm Hà Nội có khác.

(Ông nội tôi là con út trong dòng họ Nguyễn Mỹ Quan nên mọi người trong làng đều gọi anh em chúng tôi là “các chú” chứ không ai gọi chúng tôi là “anh”).

Đúng như vậy. Quê tôi Nghệ An, gió Lào cát bụi và công việc đồng áng đã tàn phá cơ thể con người, đặc biệt là các cô gái. Một cô gái 17,18 chỉ cần ra Hà Nội vài tháng về là xinh hơn hẳn, da trắng mịn nói năng nhẹ nhàng hơn:

Em đi Hà Nội mới về Gió Lào cát bụi bay đi rất nhiều

Phỏng thơ Nguyễn Bính

3. Cụ Trí Uẩn và ba bài toán sơ cấp không giải được

Có nhiều bài toán, tưởng như quá dễ ai cũng hiểu được, ngay cả người mù chữ cũng hiểu, nhưng lại quá khó đối các nhà toán học. Các nhà toán học phải loay hoay hàng thế kỷ, vẫn không tìm ra lời giải và cuối cùng khi có lý thuyết Galois ra đời các bài toán này mới có lời giải trọn vẹn. Trong các bài toán siêu khó, chúng ta nghĩ ngay đến ba bài toán mà người ít học cũng hiểu được dễ dàng:

1. Bài toán chia ba một góc
2. Bài toán cầu phương hình tròn

3. Bài toán dựng một hình lập phương có thể tích gấp đôi một hình lập phương cho trước.

Khi nói đến các bài toán này, tôi nghĩ đến cụ Trí Uẩn. Cụ Trí Uẩn là một người rất thông minh. Cụ nghĩ ra trò chơi Trí Uẩn rất thú vị mà ai cũng biết. Nhưng cụ Trí Uẩn nổi tiếng hơn với 3 bài toán trên.

Thuở ấy, Cụ Trí Uẩn tuyên bố là đã tìm ra cách giải 3 Bài toán 1,2,3. Cụ Trí Uẩn rất vui mừng vì cụ giải được bài toán mà thế giới tuyên bố là không giải được. Cụ Trí Uẩn đã gửi lời giải của mình đến Viện Toán Học và nhiều cơ quan nghiên cứu trong nước, nhưng cụ rất không thỏa đáng với câu trả lời “không giải được” của các nhà toán học.

Tức quá, cụ Trí Uẩn đã gửi lời giải đến Thủ Tướng Phạm Văn Đồng và kêu các nhà toán học Việt Nam “đốt quá”, không hiểu được lời giải của cụ. Thủ Tướng Phạm Văn Đồng đành phải đồng ý cho cụ lập hội đồng gồm những nhà toán học hàng đầu Việt Nam để nghe cụ Trí Uẩn trình bày lời giải.

Hôm Cụ Trí Uẩn trình bày lời giải bài toán chia ba một góc bằng thước và compa có thầy Phạm Ngọc Thao và GS Lê Văn Thiêm đến nghe. Theo thầy Phạm Ngọc Thao kể lại, GS Lê Văn Thiêm và thầy Phạm Ngọc Thao đến nghe vì phải theo chỉ thị của Thủ Tướng Phạm Văn Đồng, chứ họ biết thừa là chuyện gì rồi.

Nghe cụ Trí Uẩn trình bày xong, GS Lê Văn Thiêm nói:

- Anh ạ, bài toán chia 3 một góc đã được các nhà toán học giải rồi anh ạ. Họ chứng minh nếu chỉ dùng thước và compa thì không thể chia 3 một góc bất kỳ được. Ngay một góc 60 độ cũng không chia thành 3 phần bằng nhau được.

Cụ Trí Uẩn quát:

-Anh đừng mang tư tưởng của Chủ Nghĩa Tư Bản (CNTB) nói chuyện với tôi. Biết bao nhiêu chuyện ngày xưa dưới chế độ phong kiến đế quốc dân ta không làm được nhưng bây giờ có Đảng, có CNXH dân ta vẫn giải quyết được. Có chủ nghĩa Mác Lênin thì không có chuyện gì không giải quyết được.

Chuyện Cụ Trí Uẩn ai cũng biết nên tôi không muốn nói nhiều, tôi muốn nói chuyện cờ gánh, một trò chơi thú vị thời thơ ấu của trẻ con làng quê.

Luật chơi cờ gánh đại khái như sau: Có 16 cái vỏ sò, hai người chơi với nhau mỗi người có 8 quân: Một người chọn quân sấp (úp vỏ sò xuống) và người kia chọn quân ngửa (lật ngửa vỏ sò lên). Theo luật chơi cứ sau mỗi bước đi, nếu thắng một nước cờ thì người đi được lật vài quân bên kia (sấp thành ngửa hay ngửa thành sấp tùy theo bên thắng là ai). Khi nào tất cả các quân vỏ sò được lật hết lên (trên bàn cờ chỉ còn quân sấp hoặc quân ngửa). Bên nào có hết các quân (sấp hoặc ngửa) thì bên đó thắng ván cờ.

Trò chơi nay rất phổ biến trong quê tôi ngày xưa (tôi nghĩ cũng có nhiều vùng quê khác cũng có trò chơi này?). Trưa hè, trẻ con, người lớn cụ già (và kể cả người không biết chữ) tụ tập chơi cờ gánh với nhau. Làng tôi lúc đó hầu hết người già và trung niên trong làng không ai biết chữ. Khi chơi, có lúc ông già thắng, có lúc trẻ con thắng. Người chơi cờ gánh giỏi nhất làng tôi là một cụ

U80, không biết chữ.

Một hôm tất cả mọi người đang chơi vui vẻ thì một anh chàng trẻ tuổi trong làng mang chiếc xe đạp mới toanh đến thách tất cả mọi người đang chơi cờ gánh: “Ai vẽ được bàn cờ gánh bằng 7 nét thì tôi cho ngay các xe đạp này”.

Thấy phần thưởng khá hấp dẫn nên tất cả mọi người đang chơi cờ, bỏ hết cuộc chơi lao và giải bài toán của người thanh niên với hy vọng có chiếc xe đạp để đổi đời. (Cái xe đạp mới toanh hồi đó, lúc tôi mới 9-10 tuổi, cũng ngang căn hộ chung cư cao cấp bây giờ?)

Rồi mọi người từ trẻ con đến ông già đều lao vào vẽ bàn cờ gánh. Nhưng khi vẽ xong 7 nét thì chỉ “gần xong”, nghĩa là bàn cờ gánh vẫn thiếu một tí tạo tèo tèo. Và cuối cùng không ai lấy được cái xe đạp của người anh kia.

Hôm sau đi học, bài toán cờ gánh cũng theo tôi đến trường. Tất cả các bạn trong lớp tôi đều tham gia giải bài toán cờ gánh. Thầy giáo tôi cũng tham gia, với hy vọng được chiếc xe đạp. Các thầy giáo cấp 1 làm gì biết được định lý sau xa của toán học là bàn cờ có 16 điểm lẻ thì vẽ bàn cờ phải cần 8 nét.

Vậy tôi có hai bài toán sau đây cho các bạn FB, những người có cháu đang chuẩn bị thi học sinh giỏi môn toán lớp 11, 12 phổ thông:

Bài toán 1. Chứng minh rằng trong một hình, gồm các đoạn thẳng kết nối với nhau một cách tùy ý trong mặt phẳng thì tổng số điểm lẻ phải là số chẵn. (Điểm lẻ là một điểm có một số lẻ đường đi đến điểm đó. Chẳng hạn trong bàn cờ gánh có 16 điểm lẻ.)

Bài toán 2. Chứng minh rằng muốn vẽ được một hình trong mặt phẳng như trong bài toán 1 thì số nét vẽ phải cần ít nhất là $\frac{1}{2}$ tổng số điểm lẻ của hình đó.

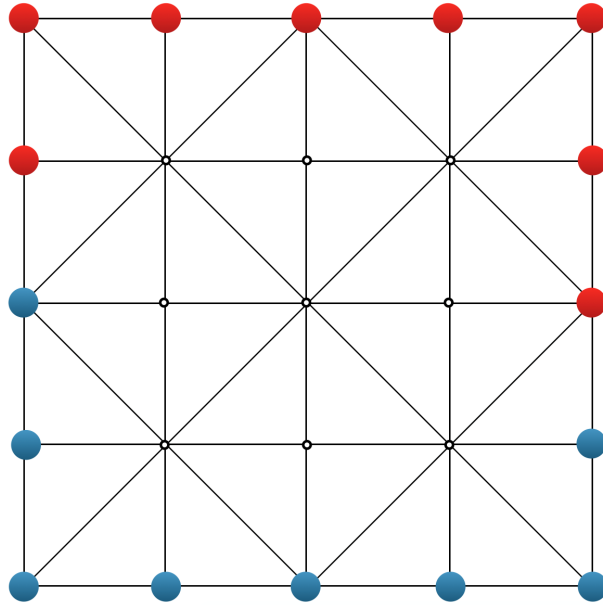
Chẳng hạn trong bàn cờ gánh có 16 điểm lẻ thì cần ít nhất là 8 nét mới vẽ xong. Tôi rất lạ là anh bạn trẻ mới học hết lớp 3 phổ thông rồi bỏ học mà biết được bàn cờ gánh không thể vẽ bằng 7 nét.

Hai bài toán trên là các định lý trong lý thuyết đồ thị nhưng có thể giải được bằng biện luận sơ cấp phù hợp với học sinh giỏi lớp 11, 12 phổ thông.

Bài toán 3: Hãy tìm một thuật toán để cho trong một cuộc chơi cờ gánh, người đi trước bao giờ cũng là người thắng cuộc.

Ngay cả khi thuật toán đó được tìm ra thì cờ gánh vẫn tồn tại. Để hiểu và vận dụng được thuật toán đó thì đến các giáo sư tiền sỹ còn khó, mà cờ gánh chỉ là trò chơi cho bọn trẻ trâu ở nhà quê, nơi các cháu ít được học hành, thậm chí không được cấp sách đến trường.

Một thuật toán cao siêu như vậy, dù có ra đời, cũng không giúp gì cho mấy đứa trẻ trâu chốn quê mùa hẻo lánh.



4. Biến đổi Fourier nhanh (FFT) là gì?

Tôi giải thích như thế này, mặc dù chưa hoàn toàn chính xác, nhưng rất dễ hiểu với các bạn FB: Nếu các nhà toán học phải làm $N \times N$ phép toán theo cách tính thông thường thì với sự hỗ trợ của FFT họ chỉ phải làm $(N \log N)$ phép toán.

Sự khác biệt giữa $N \times N$ và $N \log N$ là rất lớn! Tôi lấy ví dụ $N = 1.000$ thì $N \times N = 1.000.000$ nhưng $N \log N = 3.000$. Như vậy đáng lẽ ra phải làm 1 triệu phép tính thì với sự hỗ trợ của FFT các nhà toán học chỉ cần làm 3.000 phép tính. Tức là FFT đưa con số 1 triệu về con số 3.000, tiết kiệm được 99,7% công sức của các nhà khoa học.

Ví dụ $N = 1.000$ là con số quá khiêm tốn. Trong thực tế tính toán của các kỹ sư con số N có khi lên hàng triệu, thậm chí hàng trăm triệu. Khi đó sự khác biệt giữa $N \times N$ và $N \log N$ là vô cùng lớn?

Chắc bạn sẽ hỏi: Nếu data không phải là số chính phương thì sao? Chẳng lẽ FFT chỉ tính được các data chính phương? Mà data là số chính phương thì hầu như không xảy ra trong các bài toán thực tế? Vậy ứng dụng thực tế của FFT là quá khiêm tốn?

Trả lời: Nếu data không phải là số chính phương thì chỉ cần thêm số 0 vào data để được số chính phương gần nhất! Tôi nghĩ sự phát minh ra FFT là một trong các phát minh vĩ đại nhất trong toán học ứng dụng.

Bây giờ tôi vào vấn đề chính của bài tôi viết hôm nay. Một lần tôi gặp một giáo sư người Trung Quốc (sau này ông về dạy ở Khoa Điện của trường Duke

University) tên là Qing Huo Liu. Liu là một giáo sư giỏi và là một kỹ sư tài năng trong ngành Điện.

Qing Huo Liu cũng là người “Vua biết mặt, Chúa biết tên”. Ông được Tổng Thống Bill Clinton mời đến Nhà Trắng ăn tối.

Thực ra, buổi tối hôm đó Tổng Thống Clinton đã mời một số người mới được giải thưởng khoa học đến ăn dinner tại Nhà Trắng. Liu là một trong số những người được mời dự dinner với Clinton.

Liu bảo tôi:

- Tôi đang muốn tìm một thuật toán biến đổi Fourier nhanh trong trường hợp không đều (Nonuniform Fast Fourier Transforms) để giải quyết một bài toán tôi đang nghiên cứu, ông giúp tôi được không?

Tôi thấy đây là một lĩnh vực hoàn toàn xa lạ đối với chuyên môn của mình, nhưng vì lúc đó tôi đang rảnh rỗi nên tôi nhận lời làm việc với Liu.

Ba tuần sau tôi gọi cho Liu:

- Đây là thuật toán của tôi. Ông chạy thử trên máy xem?

Gần 12 giờ đêm hôm đó Liu gọi cho tôi:

- Tôi đã chạy thuật toán của ông trên máy, ông đã làm được một điều kỳ diệu ngoài sức tưởng tượng của tôi!

Đây là một điều quá bất ngờ với Liu (và bất ngờ đối với cả tôi!). Một thành công ngoài mong đợi!

Hôm sau Liu bảo tôi:

- Tôi làm việc với các nhà toán học rất nhiều, nhưng lần đầu tiên tôi gặp một người làm toán như ông.

Tôi không tin tôi là người như Liu nói. Thực ra trong chuyện này tôi chỉ là người gặp may mà thôi.

Nhưng tôi hiểu lúc đó Liu không những “ngạc nhiên” mà Liu còn “giật mình sửng sốt” khi nhận được thuật toán của tôi. Cho nên tôi tin lời nói của Liu là chân thành, không phải là câu xã giao màu mè khách sáo, bởi vì chính bản thân tôi cũng rất ngạc nhiên không hiểu tại sao tôi lại tìm ra được thuật toán này.

Và tôi hiểu trước khi gặp tôi, Liu đã làm việc với nhiều nhà toán học về bài toán này. Tôi cũng hiểu tại sao các nhà toán học trước đây không tìm ra lời giải cho bài toán của Liu.

Liu cũng cho tôi biết là đã nói bài toán này với 2 người trong khoa toán của tôi, nhưng không ai cho kết quả.

Lúc đó Liu chỉ làm việc với các nhà Toán học ứng dụng gần với lĩnh vực ông nghiên cứu. Các nhà Toán học ứng dụng có cả một kho công cụ để giải bài toán. Nhưng các công cụ của họ thuộc loại “kháng sinh nhờn thuốc”, điều trị không hiệu quả.

Thật ra các công cụ của họ, Liu đều biết hết. Là một kỹ sư, nhưng Liu rất giỏi Toán, Liu đã không làm được thì họ khó mà làm được?

Tôi thì khác, “tay không bắt giặc” cũng là một lợi thế. Không có gì trong tay nên tôi được tự do suy nghĩ, không có lối mòn, tôi phải tự tìm ra con đường riêng để tiếp cận với bài toán của Liu và may mắn đã đứng về phía tôi. Tôi là nhà toán học lý thuyết nên tôi có cách nhìn KHÁC với các nhà toán học ứng dụng về bài toán của Liu.

Bài này được đăng trong một tạp chí hàng đầu của ngành Toán ứng dụng:

The Regular Fourier Matrices and Nonuniform Fast Fourier Transforms

Nhu Nguyen and Qing Huo Liu

SIAM Journal on Scientific Computing, 21(1999), 283-293.

CITED 182 TIMES

Bài báo này đã có 182 lần trích dẫn.

Sau khi viết xong bài về Nonuniform Fast Fourier Transforms, Liu và tôi viết thêm hai bài về ứng dụng của thuật toán mới của chúng tôi trong ngành Điện, đăng ở các Tạp chí chuyên ngành:

An Acurate Algorithm for Nonuniform Fast Fourier Transforms

Qing Huo Liu and Nhu Nguyen

IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 8(1998), 18-20

CITED 317 TIMES VÀ 2569 FULL TEXT VIEWS

Bài báo ngắn (chỉ 3 trang) đăng trong một tạp chí chuyên ngành hẹp về điện, nhưng đến nay đã có 317 lần trích dẫn và 2569 lượt xem toàn văn.

Nonuniform Fast Fourier Transforms (NUFFT) Algorithm and Its Applictions

Qing Huo Liu and Nhu Nguyen

Antennas and Propagation Society International Symposium 1998, IEEE, 3(1998), 1782-1785.

CITED 423 TIMES VÀ 583 FULL FULL TEXT VIEWS

Bài báo này đã có 423 lần trích dẫn và 583 lượt xem toàn văn. Tôi thật sự không hiểu: Đếm số là trích dẫn của một bài báo thì dễ nhưng đọc toàn văn thì làm sao mà đếm được?

Tôi chỉ làm việc với Qing Huo Liu trong chưa đầy 2 tháng, nhưng đã để lại ấn tượng sâu đậm về chuyên môn với Liu. Tôi đã có chung 3 bài báo với Liu đăng trong các tạp chí quốc tế có uy tín cao. Tôi đã thành công với Qing Huo Liu trong một lĩnh vực xa lạ, một lĩnh vực mà background của tôi hoàn toàn zero!

Tôi là người vô danh, nhưng thuật toán FFT của tôi đã làm cho một người LỪNG DANH như Qing Huo Liu giật mình.

Tôi thấy vui vì biến đổi Fourier nhanh FFT cũng là lĩnh vực Bác Tà Quang

Bầu quan tâm: trong số 187 bài giảng của Bác Tạ Quang Bửu cũng có 5 bài giảng về FFT (bài số 118,126,132,156,157 trong danh sách bài giảng của GS Tạ Quang Bửu)

Bác Bửu vẫn nhớ đến tôi. Một lần anh Phạm Thiêm bảo:

- Trong suốt 10 năm, từ khi Bác Bửu nghỉ hưu (27-6-1976) đến khi bác Bửu mất (21-8-1986), Bác chỉ đến Bộ Đại Học DUY NHẤT MỘT LẦN và chỉ nói một câu: Tôi có việc này nhờ các anh giúp ...

Sau vài tuần làm việc với Qing Huo Liu, tôi thấy Liu là người có kiến thức Toán học rất tốt, hiểu biết khá sâu rộng vững vàng về toán. Tôi nói:

- Ông giỏi Toán quá. Tôi ngạc nhiên về những hiểu biết Toán học của ông.

Liu trả lời:

- Vâng, với các kỹ sư, tôi cũng là người giỏi Toán. Nhưng tôi nghĩ giỏi toán phải là những người như các ông.

Một điều thú vị là các viết của tôi và Liu 3 bài báo và 3 bài báo của chúng tôi đã được hàng ngàn lần trích dẫn và xem toàn văn (full text views). Một con số thật sự ấn tượng!

Lĩnh vực nghiên cứu của Liu quả là đang rất “hot” và được các nhà khoa học thế giới đang quan tâm mạnh mẽ. Đó là lý do tại sao sau các bài báo với tôi, Liu đã được nhiều giải thưởng lớn như:

- 2017 Technical Achievement Award

- 2018 Distinguished Alumni Award

- The 2018 Computational Electromagnetics Award from the Applied Computational Electromagnetics Society

- The 2018 Harrington-Mitttra Award in Computational Electromagnetics from IEEE Antennas and Propagation Society.

Và tôi biết chắc chắn là các bài báo chung với tôi đã góp phần không nhỏ trong các giải thưởng lớn của Liu. Vì chuyện tế nhị Liu đã lảng tránh điều đó.

Lúc này tôi rất nhớ Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu. Làm Bộ Trưởng nhưng Bác Bửu rất quan tâm đến những lý thuyết sâu xa của toán học hiện đại, trong số 187 bài giảng của Bác Bửu đã có 3 bài giảng về FFT. Ước gì Bác Tạ Quang Bửu vẫn còn đến ngày hôm nay để nhìn thấy 3 bài báo của tôi với Qing Huo Liu với 465 lượt trích dẫn.

Tôi tin rằng Bác Bửu sẽ rất vui khi biết việc tôi làm với Qing Huo Liu và nếu Bác Bửu còn sống đến ngày hôm nay, tôi tin **Bác Bửu sẽ có thêm bài giảng thứ 6** về FFT xung quanh 3 bài báo của tôi với Qing Huo Liu.

Thật sự tôi rất vui khi báo với Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu về những việc tôi làm được trong lĩnh vực FFT, một lĩnh vực rất xa chuyên môn của tôi, và là một lĩnh vực được Bác Bửu rất quan tâm.

Tôi còn nhớ như in câu Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu nói khi tôi gặp Bộ Trưởng

tại nhà riêng 36 Hoàng Diệu:

“Làm bất cứ nghề gì, giỏi toán là lợi thế không nhỏ”.

Thời gian tôi làm việc với Liu tuy ngắn ngủi (hai tháng), nhưng đã để lại ấn tượng sâu sắc về chuyên môn với tôi và Liu.

Bây giờ nghĩ lại, tôi thấy rất tiếc: Nếu năm 1966 tôi được đi học nước ngoài thì có thể tôi cũng trở thành một người như Qing Huo Liu? (vua biết mặt chúa biết tên).

Sau này tôi gặp cảnh trầm luân tôi rất buồn: Năm 1966 nếu tôi được đi học nước ngoài thì tôi cũng được như anh Lê Dũng Mưu, Đinh Văn Huỳnh... và chắc chắn tôi không phải đi chăn bò 4 năm trên miền Tây Bắc.

Có người nghĩ, tôi không được đi học nước ngoài chắc là do lý lịch gia đình, nhưng hoàn toàn không đúng: lý lịch gia đình tôi trên cả tuyệt vời: Bố mẹ tôi đều là đảng viên đảng cộng sản Việt Nam. Mẹ tôi vào đảng từ năm 16 tuổi, bị thực dân Pháp kết án 3 năm tù. Chính quyền địa phương đề nghị cho tôi đi học nước ngoài...

Nếu năm 1966 tôi viết thư cho Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu, kèm theo bản lý lịch gia đình thì chắc chắn là tôi đã được đi học nước ngoài. **Sau này tôi nghĩ đây là sai lầm lớn nhất trong cuộc đời tôi...**

5. Chuyện FFT

Xuyên suốt cuốn hồi ký của tôi là câu nói của Nguyễn Phiệt: “Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu là một nhà bác học **thiên kinh vạn quyển**, từ trường lượng tử đến bèo hoa dâu, lĩnh vực nào Bác Bửu cũng thông thạo. Một người làm chính trị có kiến thức khoa học đồ sộ như Bác Tạ Quang Bửu không phải thời nào cũng có”

Một người như Tạ Quang Bửu không phải thời nào cũng có.

Tôi nhắc đi nhắc lại câu nói của Nguyễn Phiệt nhiều lần vì đó là là nguyên nhân sự ra đời của cuốn hồi ký. Nhìn lại các nhà khoa học Việt Nam, nhiều người đang đứng ở “đỉnh cao” của nền khoa học Việt Nam đã chuyển sang làm chính trị. Việc một nhà khoa học hàng đầu của đất nước chuyển sang lĩnh vực chính trị là niềm tự hào của tất cả các nhà khoa học Việt Nam. Lĩnh vực chính trị phải có các nhà khoa học đang ở “đỉnh cao” đặt chân đến: điều đó thật là tuyệt vời! Nhưng có nhà khoa học, dù đang ở đỉnh cao khi bước sang lĩnh vực chính trị thì họ không còn là nhà khoa học nữa. Đó cũng không phải là điều đáng chê trách vì các nhà khoa học cũng chỉ có một cái đầu!

Bộ Trưởng Tạ Quang Bửu là một người hoàn toàn khác. Dù là Bộ Trưởng, bác Tạ Quang Bửu vẫn luôn theo sát rất sát những thành tựu quan trọng và hiện đại của khoa học thế giới. Số 187 bài giảng của Bác Bửu đã nói về rất nhiều lĩnh vực khoa học khác nhau, trong đó có FFT: Fast Fourier Transform (bài giảng

số 118, 126, 132, 156, 157 trong list các bài giảng của Bác Tạ Quang Bửu đều bàn về FFT).

FFT là một khoa học ứng dụng sâu sắc mà ngay các nhà toán học ứng dụng Việt Nam cũng không nhiều người biết. FFT đã được phát minh ra bởi một nhà toán học vĩ đại nhất thế giới: Carl Fredrich Gauss từ thế kỷ 19. Gauss được nhiều người biết đến với hai bài toán sơ cấp mà ai cũng biết: Tìm tổng của 100 số tự nhiên đầu tiên và bài toán dựng hình 17 cạnh đều bằng thước và compa, nhưng ít người biết Gauss là người đầu tiên phát hiện ra FFT: Fast Fourier Transform.

FFT là một thuật toán khoa học nhưng thú vị như một câu chuyện cổ tích: Vì muốn tìm ra quỹ đạo quỹ đạo của hai hành tinh Pallas và Juno do chính mình phát hiện ra nên Gauss đã nghĩ ra thuật toán FFT và chính FFT đã giúp ông lập lại quỹ đạo của hai hành tinh Pallas và Juno. Trong khi làm Bộ trưởng, bác Tạ Quang Bửu vẫn làm chủ được FFT thì thật là kỳ diệu.

Trong vài năm qua, tôi cố gắng tìm một nhà toán học Việt Nam để nói chuyện về FFT, nhưng tôi không tìm thấy ai cả. Trong khi đó Bác Tạ Quang Bửu, với công việc bận bịu của người bộ trưởng bác vẫn có những bài giảng sâu sắc về FFT Trong bài trước tôi đã bàn về **Biến đổi Fourier nhanh (FFT)**, một thuật toán rất hiệu quả trong khoa học tính toán. FFT giúp các nhà khoa học làm một công việc đáng lẽ họ phải làm trong vài tháng thì với sự hỗ trợ của FFT họ chỉ phải làm trong vài giờ.

FFT không phải là lĩnh vực trong chuyên môn của tôi, nhưng FFT mang một dấu ấn đậm nét trong cuộc đời nghiên cứu toán học của bản thân tôi.

Nhà toán học Đức Carl Fredrich Gauss (1777-1855) đã tìm ra FFT năm 1805. Gauss được lịch sử toán học thế giới đánh giá là “Thiên tài của mọi thời đại”. Nói đến Gauss chúng ta có cả một kho chuyện “cổ tích” để kể cho trẻ con nghe.

Chuyện thứ 2 tôi muốn kể ở đây là Gauss là người đã tìm ra cách dựng hình 17 cạnh đều bằng thước và compa năm 19 tuổi. Khi tìm ra công thức dựng hình 17 cạnh đều bằng thước và compa, Gauss đưa ra công thức tổng quát dựng hình bằng thước và compa cho tất cả đa giác đều có số cạnh là số nguyên tố Fermat (số nguyên tố có dạng $2^{2^n} + 1$).

Số nguyên tố Fermat nhỏ nhất có dạng $2^{2^n} + 1$ là 5 (với $n = 1$). Hình 5 cạnh đều được dựng một cách rất đơn giản bằng thước kẻ và compa mà không cần dùng đến công thức của Gauss. Còn các đa giác đều 7, 9, 11, 13, 14, 15 cạnh thì không dựng được bằng thước và compa. Hình đa giác đều 17 cạnh ứng với số nguyên tố Fermat với $n=2$.

Ứng với số nguyên tố Fermat với $n=3$ là 257. Bản thảo về dựng hình đa giác đều có 257 cạnh bằng thước kẻ và compa nặng 30 kg xếp đầy một vali to hiện nay đang được lưu trữ tại thư viện trường đại học Gottingen.

Hồi còn học Trường Cấp 3 Diễn Châu, tôi có đọc cách dựng hình 17 cạnh đều của giáo sư Văn Như Cương đăng trong báo THPT (tôi không nhớ rõ THPT số nào? Hình như 1965 thì phải). Cách giải của GS Văn Như Cương tương đối phức tạp. Nay tôi xem cuốn sách của GS Ngô Việt Trung: “Lý thuyết Galois

về các vấn đề Giải phương trình bằng căn thức - Dựng hình bằng thước kẻ và compa” thì tôi thấy cách dựng hình 17 cạnh đều của GS Ngô Việt Trung rất sơ cấp, đơn giản dễ hiểu và hay hơn so với lời giải của GS Văn Như Cương đăng trên báo THPT cách đây gần 60 năm.

Theo ý kiến cá nhân tôi cuốn sách của GS Ngô Việt Trung là cuốn sách toán HAY NHẤT viết bằng tiếng Việt cho đến nay mà tôi được đọc. GS Ngô Việt Trung đã mô tả những vấn đề phức tạp, hiện đại của toán học bằng ngôn ngữ sơ cấp hay hơn và đơn giản mà ai cũng hiểu. Lý thuyết Galois thật là tuyệt vời! Những người yêu toán ai cũng mê! Thật là thú vị khi thấy những bài toán (chia 3 một góc, cầu phương hình tròn, gấp đôi thể tích một hình lập phương,...) tưởng như “tầm thường” đối những đứa trẻ trâu nhà quê ít được học hành lại là bài toán làm cho toán học thế giới “đau đầu” trong hàng trăm năm!

Nay nhân đọc cuốn sách Lý thuyết Galois của GS Ngô Việt Trung tôi còn nhớ câu chuyện thú vị cách đây hơn 60 năm: Lúc đó thầy giáo giảng bài bài hình học chia đôi một góc. Cuối giờ thầy ra bài tập về nhà: Bài toán: Hãy chia một góc vuông 90 độ thành 3 phần bằng nhau.

Hôm sau thầy hỏi cả lớp: -Ai xung phong lên bảng trình bày cách chia góc vuông 90 độ thành 3 phần bằng nhau? Khoảng hơn 30 bạn (hơn $\frac{2}{3}$ số học sinh) lớp tôi giơ tay xung phong lên bảng, nhưng tôi may mắn được thầy gọi lên trình bày lời giải.

Trình bày lời giải xong tôi hỏi thầy: -Thưa thầy, làm sao ta có thể chia một góc bất kỳ thành 3 phần bằng nhau? Thầy giáo tôi trả lời: -Chia một góc bất kỳ thành 3 phần bằng nhau là việc rất đơn giản, bất cứ bác thợ mộc nào cũng làm được, nhưng nếu chỉ dùng thước kẻ và compa khi không ai làm được!

Thầy giáo tôi còn nói thêm: -Nếu chỉ dùng thước kẻ và compa thì ngay việc chia một góc 60 độ thành 3 phần bằng nhau cũng không ai làm được.

Và buổi học đó của lớp tôi trở nên rất sôi nổi và thú vị về việc chia một góc thành 3 phần bằng nhau. Sau đó thầy giảng cho chúng tôi nghe về sự khác nhau của các bài toán “không làm được” và “chưa làm được”: Bài toán “chưa làm được” là bài toán chưa ai tìm ra lời giải, còn bài toán “không làm được” là bài toán đã có lời giải rồi và “không làm được” chính là đáp số cuối cùng của bài toán. Cả lớp tôi đều tin lời thầy giáo và không có bạn nào trong lớp tôi trở thành Cự Trí Uẩn!

Bài toán “chia 3 một góc” tưởng như dễ đến mức những đứa trẻ con ít được học hành ở xứ nhà quê cũng hiểu được dễ dàng, nhưng các nhà toán học lại phải mất cả trăm năm mới tìm ra lời giải. Chỉ đến khi có Lý thuyết Galois các nhà toán mới đưa ra câu trả lời chính xác trọn vẹn. Tôi nghĩ cuốn sách Lý thuyết Galois của GS Ngô Việt Trung thật là tuyệt vời.

Lý thuyết Galois đã giải quyết những vấn đề sơ cấp như chia 3 một góc, cầu phương hình tròn, gấp đôi thể tích một hình lập phương,... và cao cấp hơn một chút là tìm nghiệm của một phương trình đa thức có bậc 5 và cao hơn. Đó là các vấn đề tôi biết từ hồi còn học phổ thông. Lúc đó tôi chỉ nghe thầy giáo nói là các vấn đề “không làm được”, còn tại sao lại không làm được thì đến khi

đọc Lý thuyết Galois tôi mới biết là tại sao?

Thật tiếc là một lý thuyết hay như thế lại đến với cuộc đời tôi quá muộn! Giá ngày xưa tôi học khoa toán ĐHTH Hà Nội mà tôi gặp được một thầy giáo như GS Ngô Việt Trung thì chắc chắn tôi sẽ theo đuổi Lý thuyết Galois trọn đời!

Gauss là “vua toán học”, đồng thời ông cũng là nhà thiên văn hàng đầu trong lịch sử thiên văn học của nhân loại. Năm 1805 các nhà thiên văn thế giới đã phát hiện ra 2 hành tinh mà họ đặt tên là Pallas và Juno. Trong khi các nhà thiên văn đang tìm kiếm quỹ đạo của 2 hành tinh Pallas và Juno thì chúng bất ngờ biến mất.

Các nhà thiên văn thế giới đã dùng tất cả các kính thiên văn mạnh nhất thời đó để dò tìm 2 hành tinh Pallas và Juno nhưng không có kết quả.

Điều thú vị là trong khi tất cả các kính thiên văn mạnh nhất đều thất bại, Gauss đã nghĩ ra một thuật toán (mà ngày nay ta gọi thuật toán FFT) và bằng thuật toán FFT Gauss đã chỉ cho các nhà thiên văn thế giới biết là Pallas và Juno sẽ xuất hiện vào vị trí ông đã chỉ định sẵn. Cuối năm 1805 các nhà thiên văn thế giới hồi hộp quan sát vị trí mà Gauss đã chỉ ra trước đó và họ đã nhìn thấy Pallas và Juno đã xuất hiện đúng vào vị trí đó của Gauss.

Sau đó năm 1807 Gauss đã được cử làm giám đốc đài thiên văn Gottingen.

Tôi thấy câu chuyện tìm ra thuật toán FFT của Gauss hay như **một chuyện cổ tích!** Thuật toán để tìm quỹ đạo 2 hành tinh Pallas và Juno của Gauss chính là FFT ngày nay!

Thuật toán của Gauss được ông tìm thấy từ năm 1805, nhưng mãi hơn 250 năm sau, 1965 hai nhà toán học James Cooley và John Tukey mới tiếp tục phát triển và xây dựng thành lý thuyết **Biến đổi Fourier nhanh** FFT. Ý tưởng của Cooley và Tukey hoàn toàn dựa theo thuật toán của Gauss dùng để tính quỹ đạo của 2 hành tinh là Pallas và Juno.